National Commission For

The Syrian Science Olympiad

الهيئة الوطنيّة

للأولمبياد العلمي السوري

أولمبياد الرياضيّات 2011

14 كانون الثاني 2011

اليوم الأوّل

مدّة الاختبار أربع ساعات

المسألة الأولى

لتكن $\mathcal{C}$ الدائرة المارة برؤوس مثلّث ABC. يقطع منصّفُ الزاوية $\widehat{C}$ الدائرةَ $\mathcal{C}$ في M، ويقطع منصّفُ الزاوية $\widehat{B}$ الدائرةَ $\mathcal{C}$ في N. نفترض أنّ الوتر $[MN]$ يقطع الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ في P و Q بالترتيب. أثبت أنّ المثلّث APQ متساوي الساقين.

المسألة الثانية

ليكن n عدداً طبيعياً موجباً تماماً. نسمّي صفيفة من المرتبة n كلَّ جدول مكوّن من n سطراً و n عموداً عناصره من المجموعة $\{0,1\}$. فمثلاً

$$\boxed{1} \quad \text{و} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{و} \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

هي صفيفات من المراتب 1 و 2 و 3 بالترتيب. نقول إنّ العدد الطبيعي الموجب تماماً n «عددٌ جيدٌ» إذا وُجِدَتْ صفيفة من المرتبة n مجاميع عناصر أسطرها مختلفة مثنى مثنى، ومجاميع عناصر أعمدتها متساوية. ونقول إنّ العدد n «عددٌ ممتازٌ» إذا وُجِدَتْ صفيفة من المرتبة n مجاميع عناصر أسطرها غير معدومة ومختلفة مثنى مثنى، ومجاميع عناصر أعمدتها متساوية.

1. عيّن طبيعة الأعداد n من المجموعة $\{1,2,3,4\}$، وذلك من حيث كونها جيّدة أو ممتازة.
2. أوجد $\mathcal{G}$ مجموعة الأعداد الجيّدة.
3. أوجد $\mathcal{E}$ مجموعة الأعداد الممتازة.

المسألة الثالثة

نفترض أنّ الأعداد a و b و c هي أطوال أضلاع مثلّث. أثبت أنّ الأعداد $\frac{1}{a+b}$ و $\frac{1}{b+c}$ و $\frac{1}{c+a}$ تمثّل أيضاً أطوال أضلاع مثلّث.