



أولمبياد الرياضيات 2011

15 كانون الثاني 2011

اليوم الثاني

مدّة الاختبار أربع ساعات

المسألة الأولى

ليكن $ABCD$ مربعاً، ولتكن M و N نقطتين من الضلعين $[BC]$ و $[CD]$ بالترتيب. إذا علمت أنّ محيط المثلث MCN يساوي ضعف طول ضلع المربع، فاحسب قياس الزاوية \widehat{MAN} .

المسألة الثانية

نذكر أنّ تبديلاً على المجموعة $X = \{0,1,2,\dots,9\}$ هو أي ترتيب لعناصر هذه المجموعة. فمثلاً $s_0 = (0,2,4,1,5,7,9,3,8,6)$ هو تبديل على X . في حالة تبديل s على X ، نرمز بالرمز $M(s)$ إلى أكبر مجموع لثلاثة عناصر متتالية في هذا التبديل. فمثلاً $M(s_0)$ هو أكبر الأعداد 6، 7، 10، 13، 19، 20، 21 أي $M(s_0) = 21$.

(a) أعط مثلاً على تبديل s_1 على X يُحقّق $M(s_1) = 13$.

(b) هل يوجد تبديل s_2 على X يُحقّق $M(s_2) = 12$ ؟ علّل إجابتك.

المسألة الثالثة

أراد مهندسٌ بناء بُرجٍ في حارتنا ارتفاعه x متراً و y سنتراً، فأجرى حساباته، ولكنه أخطأ في مكان ما ليجد نفسه قد بنى برجاً ارتفاعه y متراً و x سنتراً!. كافأه مُختار الحارة على هذا الخطأ، لأنّ ارتفاع البرج الذي بناه كان أعلى بسنتمترين اثنين من ضعف ارتفاع البرج الذي كان مقرراً. فكم أصبح ارتفاع برج حارتنا؟

