NATIONAL COMMISSION FOR

THE SYRIAN SCIENCE OLYMPIAD

الهيئة الوطنيّة

للأولمبياد العلمي السوري

الأولمبياد الوطني للرياضيات 2012

تاريخ 15 كانون الثاني 2012

اليوم الأوّل

- مدّة الاختبار أربع ساعات
- يضم الاختبار خمس مسائل، لكل منها عشر درجات.
- يُمنع استعمال الآلات الحاسبة.
- يمنع إدخال أجهزة الهاتف الجوال إلى قاعد الامتحان.

المسألة الأولى

لتكن $\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و $[AB]$ قطر فيها. نختار على $[AB]$ نقطة P مختلفة عن O و A و B. ونختار نقطة E من الدائرة $\mathcal{C}$ مختلفة عن A و B. لتكن F النقطة من نصف الدائرة $\overset{\frown}{AEB}$ المعيّنة بالشرط $\angle BPE = \angle APF$. أثبت أنّ النقاط P و O و E و F تقع على دائرة واحدة.

المسألة الثانية

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_{1006}$ أعداداً حقيقيّة مجموعها يساوي $(2012)^2$. نفترض أيضاً أنّ

$$\frac{x_1}{x_1+1} = \frac{x_2}{x_2+3} = \frac{x_3}{x_3+5} = \cdots = \frac{x_{1006}}{x_{1006}+2011}$$

أي تبقى جميع النسب $\dfrac{x_k}{x_k+2k-1}$ متساوية عندما تتحوّل k من 1 إلى 1006.

احسب قيمة x_{252}.

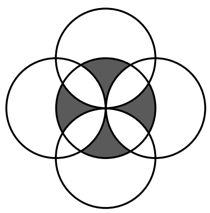
المسألة الثالثة

إذا كان m و n عددان صحيحان يُحقّقان $3m+4n=100$، فأوجد أصغر قيمة ممكنة للمقدار m^2+n^2؟

المسألة الرابعة

لتكن M نقطة من القطعة المستقيمة $[AB]$ أقرب إلى B. $AMCD$ و $MBEF$ مربّعان بحيث تقع F على القطعة المستقيمة $[MC]$. ولتكن N نقطة تقاطع المستقيمين AF و BC. أثبت أنّ N و M هما نقطتا تقاطع الدائرة المارة برؤوس المربّع $AMCD$ مع الدائرة المارة برؤوس المربع $MBEF$.

المسألة الخامسة



احسب مساحة الجزء المظلّل في الشكل المجاور، علماً أنّ الدوائر المرسومة طبوقة ونصف قطر كل منها يساوي 1.