



اختيار الفريق الوطني لأولمبياد الرياضيات 2012

تاريخ 9 آذار 2012

مدة الاختبار أربع ساعات

الألات الحاسبة ممنوعة

المسألة الأولى

ABC مثلث حاد الزوايا، النقطة D المرسم القائم للنقطة C على الضلع AB ، نأخذ النقطتين F و E المرسمين القائمين للنقطة D على الضلعين AC و BC بالترتيب. أثبت أنّ النقاط A و B و E و F تقع على دائرة واحدة.

المسألة الثانية

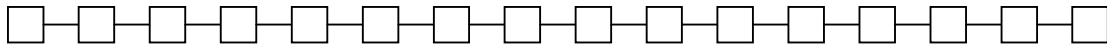
أوجد جميع الأعداد الأولية p و q التي يكون عندها العدد $2^2 + p^2 + q^2$ عدداً أولياً.

المسألة الثالثة

عين العدد الحقيقي m إذا علمت أنّ للمعادلة $X^4 - 2(2m + 1)X^2 + 9m^2 = 0$ أربعة جذور حقيقية، وأنّ هذه الجذور تكوّن متتالية حسابية.

المسألة الرابعة

أوجد جميع الطرائق لتوضيح الأعداد $1, 2, 3, \dots, 16$ داخل المربعات أدناه، بحيث يظهر كل واحد من هذه الأعداد مرة واحدة، ويكون مجموع كل عددين متجاورين مربعاً كاملاً.



المسألة الخامسة

أوجد قيمة العدد الصحيح الموجب a كي يوجد عشرة أعداد صحيحة x تُحقّق المتراجحة $6x^2 - (16a + 7)x + (2a + 1)(5a + 2) < 0$.

المسألة السادسة

ABC مثلث. D منتصف $[AB]$ ، و G هو مركز ثقل المثلث ADC ، و O هو مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC . أثبت أن الشرط اللازم والكافي ليكون (OG) عمودياً على (CD) هو أن يكون $AB = AC$.

