

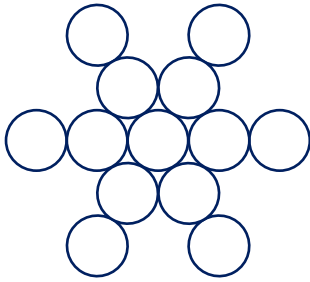
الأولمبياد العلمي السوري
للعام الدراسي 2017 - 2018
الاختبارات المركزية على مستوى القطر
رياضيات
الاختبار الأول

المدة ثلاث ساعات

مسألة. 1

عَيّن كلّ الثنائيات الصحيحة الموجبة (x, y) التي تُحقّق $1 + 22x + 20y = xy$.

مسألة. 2



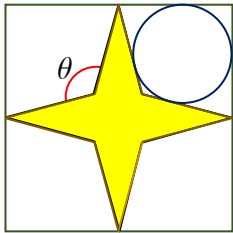
تكتب الأعداد الطبيعية المتتالية من 1 الى 13 في دوائر نُدفِّع الثلج المبينة جانباً دون تكرار. نفترض أنّ مجموع الأعداد السبعة الموجودة في الوسط يساوي مجموع أية خمسة أعداد موجودة في دوائر مراكزها على استقامة واحدة. عَيّن، مبرهنناً إيجابتك، أصغر قيمة يمكن أن يأخذها هذا المجموع إذا كان هذا الأمر ممكناً.

مسألة. 3

جد كلّ الثنائيات الحقيقية (x, y) التي تحقّق المعادلتين الآتيتين معاً

$$(x - 1)(y^2 + 6) = y(x^2 + 1)$$
$$(y - 1)(x^2 + 6) = x(y^2 + 1)$$

مسألة. 4



في الشكل المجاور $ABCD$ مربع طول ضلعه يساوي 2 أنشأنا في مركزه نجمة رباعية الشكل رؤوسها منتصفات أضلاع المربع. وهي متناظرة بالنسبة إلى أقطار المربع والمستقيمتان التي تصل بين منتصف كلّ ضلعين متقابلين في المربع. نفترض أنّ $\theta = 120^\circ$.

① بيّن أنّ مساحة النجمة تكتب بصيغة من الشكل $\frac{a - b\sqrt{3}}{c}$ حيث a و b و c هي أعداد صحيحة، وأعط أصغر قيمة للمجموع $a + b + c$.

② نرسم دائرة تَمَسُّ ضلعين متجاورين للمربع وضلعين متجاورين من النجمة كما في الشكل. احسب نصف قطر هذه الدائرة.